

基于广义向量模长的食品安全风险评价体系

王建新^{1,2}, 李腾旭^{1,2}, 李中天^{1,2}, 王晔茹^{1,3*}

(¹北京林业大学信息学院 北京 100083

²国家林草局智能信息处理中心 北京 100083

³国家食品安全风险评估中心 北京 100022)

摘要 食品安全风险评价是食品安全管理中的重要内容和关键环节,科学合理性和公平公正性是好的评价体系的关键特性。传统的算术加权平均法和几何加权平均法均不能体现高分值分项对总项的决定性作用,模糊评价法无法满足严格单调性范式要求,且退化为非此即彼的选择算子。本文以欧式向量模长为基础,提出广义向量模长的概念,并以此作为分项到总项的映射手段。该方法可满足严格单调性范式要求,通过选择不同的参数值范围,不仅可以合理映射风险指数,也可以合理映射安全指数。通过实际数据验证表明,其可以构建优秀的评价体系。经严格的数学推导,证明加权平均法、几何平均法、模糊评价法等都是该映射方法在特殊参数下的实例。广义向量模长法是所有这些映射方法的统一形式,具有广泛的适应性。
关键词 食品安全; 评价体系; 欧式向量模长; 模糊算子; 广义向量模长

文章编号 1009-7848(2022)10-0429-09 DOI: 10.16429/j.1009-7848.2022.10.043

诸多发达国家已经把食品安全问题提升到国家安全的战略高度^[1]。我国也十分重视食品安全问题,已把食品安全上升至与国防安全同等重要的重大民生工程之一^[2]。而食品安全评价是实现食品安全管理的前提和首要条件,它对食品的安全性给出判断性描述,最终是一个分类和等级评价的问题,这是目前研究的热点和难点。由于食品安全风险评价是其它食品安全管理活动的前提和基础,能为食品安全管理部门提供决策辅助^[1],也能为社会大众提供食品安全的知情权,因此是食品安全管理的关键环节。公平公正、科学合理的评价体系使得后续的风险管理、预警和响应机制有章可循、有据可依。

食品安全风险评价体系的主要议题有 4 个,这都是当前研究的热点。第一是建立指标体系,即评价体系中应该包含什么指标,它们的组织结构是什么。第二是权重设置,即设置各个指标在评价体系中的数量化的重要程度。第三是指标值到分值的映射关系。由于一般的评价结果最终是分值

或等级这样的数量值,因此,需要把指标中类别化的或数量化的取值映射为分值或等级值。第四是分项分值到总项分值之间的汇总合成关系。由于指标体系中总项会由若干个分项构成,而每个分项又可能会有若干个更细的分项构成,因此需要建立分项分值到总项之间的汇总合成映射关系。有时这种合成汇总关系比较简单,包括简单的加权相加、求均值等,有时按照实际需要会非常复杂。

要进行食品安全评价,首先需要建立合理的指标体系。指标体系分为单层指标体系和多层指标体系。在单层指标体系中,决定食品安全风险综合程度或指数的是若干个变量,这些变量之间的关系是平行的,它们或者是等权重的,或者是非等权重的,所有变量的分值最终决定综合的食品安全风险程度。为建立乳制品安全风险评价指数,有研究^[3]选取了 14 个指标,用 3 种综合评价法施加于这 14 个指标,结果具有高度一致性,验证了指标选取的合理性。吕学东等^[4]构建了出口食品生产企业“三同”成熟度评价体系,也是典型的单层评价指标体系,文中通过百分制给每个指标赋予了一个权重,通过加权得分评价一个企业的“三同”成熟度。

然而,在食品安全评价中,单层评价指标体系相对较少,这是因为食品安全评价是一个复杂的

收稿日期: 2021-10-07

基金项目: 国家重点研发计划项目(2019YFC1605903); 国家食品安全风险评估中心高层次人才队伍建设 523 项目

作者简介: 王建新(1972—),男,博士,教授

通信作者: 王晔茹 E-mail: wangyeru@cfsa.net.cn

系统工程,因此多层指标体系在文献中更为常见,也更为频繁地在实践中使用,常见的层次分析法(AHP法)也是典型的多层结构。AHP法是由美国匹兹堡大学的运筹学教授萨蒂提出的一种定性与定量结合的多层权重分析方法,该方法把一个复杂问题先看作一个整体,然后逐层分解,一个高层的目标可以分解为若干个低一层级的目标^[5]。

建立指标体系之后,需要为各个指标设置权重,方能通过指标变量的值计算风险得分。设置指标权重通常分为主观设定和客观计算两种方式,有时也会把二者结合起来操作。有研究^[6]由专家直接给出各个指标的权重值。然而,AHP法中的权重一般由若干个专家分别给出,收集专家给出的权重分值后,需要进行一致性验证^[5]。如果验证通过,就说明专家们对权重的分配达成基本一致的意见,权重保留;否则,需要专家重新对权重进行分配。除了采用层次分析法^[5-6]外,多个应用中用层次分析法建立指标体系和设置权重,包括对农副产品供应商的评价体系研究^[7],对基于供应链的区域性食品安全状况的评价^[8],对食品生产企业质量安全的评价体系研究^[9],以及对我国食品企业信用评价体系的建立^[10]等。AHP法中的权重设置是典型的主客观相结合的方法。熵权法通过指标数据确定指标的权重^[11-13],是纯粹客观的权重设置法,然而,前提条件是各个待评价的对象在每个指标变量上的取值已经全部获取,因此该方法的适应性较弱,对一些指标值超出已知数据范围的新对象无法评价。主成分分析方法也是一种客观设置权重的方法,其利用历史数据,通过各指标的线性贡献判定指标权重。例如,研究^[3]利用主成分分析方法实现了乳制品安全风险评指数中的权重设置。

在建立指标体系、设置各指标权重后,需要建立指标值到分值的映射关系,映射关系建立的方法有很多种,如等级离散划分法^[2],把评价结果值区间[1,5]划分为5个安全等级,包括“很差”“很好”等,例如后者的评价区间可以是(4.2,5]等。而为了度量哪些变量会影响消费者举报网络外卖餐饮店的食品安全违法违规行,王浩等^[14]自定义了若干个原因变量,这些变量大部分都是5等级取值的。更多使用的是指标值到得分值之间的

线性映射,如采用线性映射^[15]计算低碳生产、经济增收、安全供给等方面的绿色发展指数,最后综合计算总体的绿色发展指数。

食品安全风险评价体系中另外一个重要的议题就是建立分指标项(分项)分值到总指标项(总项)之间的汇总合成映射关系。不管是单层指标体系^[3],还是多层指标体系^[4-10],总项分值是 n 个分项分值的线性加权和,如公式(1)所示。

$$T = \sum_{i=1}^n \alpha_i v_i \quad (1)$$

式中, T ——总项分值; v_i ——各分项分值; α_i ——各分项权重, $i=1,2,\dots,n$,且要满足 $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ 。

1 分项到总项的映射关系

除了线性映射外,分项到总项分值的映射方式可以有多种,可以更复杂,而不仅仅限于公式(1)这种映射方式。更一般的形式如公式(2)所示。

$$T = f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, v_1, v_2, \dots, v_n) \quad (2)$$

式中, f ——任意的线性或非线性的映射。

虽然线性映射方式在分项到总项的映射中比较常用,但是它存在一个重要缺陷。在食品安全风险评价中,如果某个分指标的分值较高,即风险较高,则会认为总指标中存在这样一个“短板”:即使其它分指标的数量很多,风险都较小,也不能把总指标判定为低风险。也就是说,在风险评估和评价中,分值较高的分项的影响较大,分指标的分值不适合按照权重线性相加。

食品安全风险的大小,以及它对监管部门和輿情的影响,并不简单是各个因素严重程度的加权和,而是更偏重于突出事件、出现严重问题的因素或分指标。实现这一映射关系的传统做法是使用模糊隶属度函数(简称为模糊函数)。例如,公式(3)是一个简单的模糊函数,也称为最大模糊算子:

$$T = \max(v_1, v_2, \dots, v_n) \quad (3)$$

根据公式(3),总指标分值(代表总体风险)是分指标分值的最大值。也就是说,总指标风险值由分指标风险值中最大的那个决定。这个映射关系比较符合人们对风险的认知:系统风险由系统中的短板决定。有研究应用模糊综合^[16]的方式对高

校食堂的食品卫生做了评价和分析,易于发现食堂食品卫生的短板问题,以便督促改进,有研究应用更一般的三角模糊法^[12]评价冷链货架周期,然而,通过施加三角模糊的运算法则,最终的映射结果仍呈现为非此即彼的形式。还有研究^[13]首先用熵权法确定分指标的风险分值,然后也通过模糊综合的方式获得总指标的风险分值。

另一方面,与风险评估评价相反,若要对安全性进行评价,计算安全指数等,则分指标的安全值中最小的那个对总指标具有决定作用,这也是一个模糊函数,称为最小模糊算子:

$$T=\min(S_1, S_2, \dots, S_n) \quad (4)$$

公式(4)的意义是:总指标的安全性由最不安全的分指标决定。

然而,上述模糊评价的方式存在另一个重要的缺陷,即总指标的分值必须是某一个分指标的分值,非此即彼,具有排他性,并不满足实践应用中的需求,也就是严格单调性范式要求。所谓严格单调性范式要求是:对于两个评价对象,若除第 k 个分指标外,其它分指标的值都相同,则两个对象的总指标值相对于第 k 个分指标的值要满足严格单调性。严格单调性包括严格单调增和严格单调减。这里以严格单调增为例,形式化地描述严格单调性范式要求。

假设两个待评价对象 O' 和 O'' 在 $n-1$ 个分指标上的分值都相同,而在第 k 个分指标上的分值不同,也就是二者的分指标值分别是: $S_1, S_2, \dots, S_{k-1}, S_k', S_{k+1} \dots S_n$ 和 $S_1, S_2, \dots, S_{k-1}, S_k'', S_{k+1} \dots S_n$, 且假设 $S_k' > S_k''$, 那么严格单调增范式要求需要两个总指标的分值满足 $T_k' > T_k''$, 然而,最大模糊算子和最小模糊算子显然都不满足严格单调范式要求,会出现 $T_k' = T_k''$ 的情况。例如,假设两个待评价对象 O' 和 O'' 只有两个分指标,它们的分值向量分别是 $(0.3, 0.8)$ 和 $(0.4, 0.8)$ 。根据最大模糊算子,这两个待评价对象的总指标分值都是 0.8, 显然不满足严格单调性范式要求。事实上,就风险而言, O'' 比 O' 风险更高,二者风险值不应该相等。同理,对最小模糊算子也存在大量不满足严格单调性范式的例子。

模糊评价方式虽然突出了重点分指标对总指标分值的决定作用,但是完全忽略了其它分指标

对总指标分值的影响,在逻辑上并不合理,在实践应用中是有缺陷的。

为了融合和兼顾重点分指标对总指标的的决定性影响和严格单调性范式两个要求,需要新的映射方式,为此,作者提出广义向量模长的映射方法,并从数学证明和实践应用两个角度说明其优势。

2 数据与方法

2.1 欧式向量模长映射方法

有研究^[12]采用欧式距离比较两个商品的货架期差异,并取得良好的效果。两个商品的欧式距离由分项计算,如公式(5)所示:

$$d(O', O'') = \sqrt{(v_1' - S_1'')^2 + (v_2' - v_2'')^2 + \dots + (v_n' - v_n'')^2} \quad (5)$$

借鉴这个距离定义,可以建立基于欧式模长的分指标值到总指标值的映射方式,即通过计算分指标值构成的向量与 0 向量的距离获取总指标的分值,如公式(6)所示:

$$T = \sqrt{(v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2)} \quad (6)$$

显然,欧式向量模长的映射方式是符合严格单调范式的(证明略)。另外,该评价方式也满足重点分指标对总指标的的决定性影响的要求。例如,假设食品安全风险由 4 个因素构成,其分值分别是 v_1, v_2, v_3, v_4 , 各因素的权重均为 0.25, 对于某食品,前 3 个分指标的分值都是 0.1, 第 4 个分指标的值是 0.9, 则按照线性加权和映射方式,综合风险的分值是 $0.25 \times 0.1 + 0.25 \times 0.1 + 0.25 \times 0.1 + 0.25 \times 0.9 = 0.3$ 。用欧式向量模长的方式可以做如下计算:

$$T = \sqrt{(0.1)^2 + (0.1)^2 + (0.1)^2 + (0.9)^2} = 0.917 \quad (7)$$

该评价方式所能出现的最大模长是 $\sqrt{(1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2)} = 2$, 用(7)式的结果除以最大模长 2, 得 0.459, 作为最终的风险结果。从结果可以看出,相比线性加权映射结果 0.3, 欧式模长映射方法的结果 0.459 更接近于风险最高的分指标值 0.9, 因而能够更好地突出重点风险问题,同时也兼顾其它的分指标。从这个具体的例子可以看出采用欧氏向量模长计算风险估值的效果更好,与实际情况比较相符,考虑更为全面,与领域专家的

判断也更加吻合。

欧式向量模长的映射方式也有其不足之处。从公式(7)的例子可以看出,突出的分值对总指标的影响程度是固定不变的,因此,欧式模长不具有普适性,不能随需要而调整,究其关键原因是由于该评价方式没有可调整的超参数。另外,公式(7)所示欧式模长评价方式没有考虑各个分指标的权重,需要在欧式模长的基础上提出更普适的映射方式。

2.2 广义向量模长映射方法

定义从分指标值到总指标值的广义向量模长映射方式如公式(8)所示:

$$T=(\alpha_1(v_1)^\beta+\alpha_2(v_2)^\beta+\dots+\alpha_n(v_n)^\beta)^{\frac{1}{\beta}} \quad (8)$$

式中, β ——超参数,取值范围可以从负无穷(包括)到正无穷(包括); α_i ——各个分指标的权重, $i=1,2,\dots,n$,且要满足 $\sum_{i=1}^n \alpha_i=1$ 。广义向量模长的广义性体现在两个方面:第一,该模型具有超参数 β ,有更广泛的适应性;第二,与欧式模长映射方式不同,它兼顾了各个分项的权重值。

首先,证明如下有关渐近性的命题:

命题 1. 当超参数 β 趋于正无穷时,广义向量模长映射退化为最大模糊算子映射。

证明:为了证明过程的简洁,先假设共有 2 个分指标(有更多分指标时,证明过程类似),也就是 $n=2$,两个分指标的值分别是 v_1 和 v_2 ,且 $v_1>v_2$ 。

$$\begin{aligned} & \lim_{\beta \rightarrow \infty} (\alpha_1 v_1^\beta + \alpha_2 v_2^\beta)^{\frac{1}{\beta}} \\ &= \lim_{\beta \rightarrow \infty} v_1 \alpha_1^{\frac{1}{\beta}} \left[1 + \frac{\alpha_2 v_2^\beta}{\alpha_1 v_1^\beta} \right]^{\frac{\alpha_2 v_2^\beta}{\alpha_1 v_1^\beta} \cdot \frac{1}{\beta}} \\ &= \lim_{\beta \rightarrow \infty} v_1 \alpha_1^{\frac{1}{\beta}} e^{\left(\frac{\alpha_2 v_2^\beta}{\alpha_1 v_1^\beta} \cdot \frac{1}{\beta}\right)} = \lim_{\beta \rightarrow \infty} v_1 \alpha_1^{\frac{1}{\beta}} e^{\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^\beta \cdot \frac{1}{\beta}} \\ &= \lim_{\beta \rightarrow \infty} v_1 \alpha_1^{\frac{1}{\beta}} e^{\left(\frac{\alpha_2 v_2^\beta}{\alpha_1 v_1^\beta} \cdot \frac{1}{\beta}\right)} = v_1 \times 1 \times e^0 = v_1 \end{aligned}$$

上式中,自然对数底 e 的出现是因为公式 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, 而 0 的出现是因为当 $0 < d < 1$ 时,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} d^x \cdot \frac{1}{x} = 0.$$

从上面的证明结果可以看出,经过广义向量模长映射,总指标值就是分指标的最大值。这种映射实际上就是最大模糊算子映射。

命题 2. 当超参数 β 趋于正 0 时,广义向量模长评价方式退化为几何加权平均。

$$\begin{aligned} & \text{证明:假设 } y = (\alpha_1 v_1^\beta + \alpha_2 v_2^\beta)^{\frac{1}{\beta}}, \text{ 则 } \ln y = \ln(\alpha_1 v_1^\beta + \alpha_2 v_2^\beta)^{\frac{1}{\beta}} \\ &= \frac{\ln(\alpha_1 v_1^\beta + \alpha_2 v_2^\beta)}{\beta}, \text{ 于是 } \lim_{\beta \rightarrow 0} \ln y = \lim_{\beta \rightarrow 0} \ln(\alpha_1 v_1^\beta + \alpha_2 v_2^\beta)^{\frac{1}{\beta}} \\ &= \lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\ln(\alpha_1 v_1^\beta + \alpha_2 v_2^\beta)}{\beta} \end{aligned}$$

根据洛必达法则,上式分子分母同时求导:

$$\begin{aligned} & \lim_{\beta \rightarrow 0} \ln y = \lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\alpha_1 (\ln v_1) v_1^\beta + \alpha_2 (\ln v_2) v_2^\beta}{\alpha_1 v_1^\beta + \alpha_2 v_2^\beta} \\ &= \lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\alpha_1 (\ln v_1) v_1^\beta + \alpha_2 (\ln v_2) v_2^\beta}{\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2} \\ &= \frac{\alpha_1 (\ln v_1) + \alpha_2 (\ln v_2)}{\alpha_1 + \alpha_2} = \alpha_1 (\ln v_1) + \alpha_2 (\ln v_2) \end{aligned}$$

因此,

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} y = e^{\alpha_1 (\ln v_1) + \alpha_2 (\ln v_2)} = (e^{\ln v_1})^{\alpha_1} \times (e^{\ln v_2})^{\alpha_2} = v_1^{\alpha_1} \cdot v_2^{\alpha_2} \quad (9)$$

公式(9)其实是几何平均的一般形式。特殊地,当 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$ 时,

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} y = e^{\alpha_1 (\ln v_1) + \alpha_2 (\ln v_2)} = (e^{\ln v_1})^{\alpha_1} \times (e^{\ln v_2})^{\alpha_2} = v_1^{0.5} \cdot v_2^{0.5} = \sqrt{v_1 \cdot v_2}.$$

上式恰好是各个分指标值传统意义上的几何平均。下面通过一个例子比较算术平均映射和几何平均映射。仍然假设有 2 个分指标,每个分指标所占权重都是 0.5,两个分指标的值分别是 0.3 和 0.9,那么它们的算术平均值是 0.6,然而,几何平均值是 0.5196,二者虽接近,但又有不同,几何平均映射的结果更接近于分指标中较小的值。

命题 3. 当超参数 β 趋于负无穷时,广义向量模长评价方式退化为最小模糊算子。

$$\begin{aligned} & \text{证明:令 } \gamma = -\beta, (\alpha_1 v_1^\beta + \alpha_2 v_2^\beta)^{\frac{1}{\beta}} = (\alpha_1 v_1^{-\gamma} + \alpha_2 v_2^{-\gamma})^{-\frac{1}{\gamma}} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{\alpha_1}{v_1^\gamma} + \frac{\alpha_2}{v_2^\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{令 } q_1 = \frac{1}{v_1}, q_2 = \frac{1}{v_2}, \text{ 则} \\ & (\alpha_1 v_1^\beta + \alpha_2 v_2^\beta)^{\frac{1}{\beta}} = \frac{1}{\left(\frac{\alpha_1}{v_1} + \frac{\alpha_2}{v_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} = \frac{1}{(\alpha_1 q_1^\gamma + \alpha_2 q_2^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}} \\ & = \frac{1}{\left[\alpha_2 q_2^\gamma \left(1 + \frac{\alpha_1 q_1^\gamma}{\alpha_2 q_2^\gamma}\right)\right]^{\frac{1}{\gamma}}} = \frac{1}{q_2 \alpha_2^{\frac{1}{\gamma}} \left(1 + \frac{\alpha_1 q_1^\gamma}{\alpha_2 q_2^\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} \end{aligned}$$

于是有,

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\alpha_1}{v_1} + \frac{\alpha_2}{v_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = (\alpha_1 q_1^\gamma + \alpha_2 q_2^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}} \\ & = \left[\alpha_2 q_2^\gamma \left(1 + \frac{\alpha_1 q_1^\gamma}{\alpha_2 q_2^\gamma}\right)\right]^{\frac{1}{\gamma}} \\ & = q_2 \alpha_2^{\frac{1}{\gamma}} \left(1 + \frac{\alpha_1 q_1^\gamma}{\alpha_2 q_2^\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \\ & \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \left(\frac{\alpha_1}{v_1} + \frac{\alpha_2}{v_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} q_2 \alpha_2^{\frac{1}{\gamma}} e^{\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \cdot \left(\frac{q_1}{q_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \frac{1}{\gamma}} = q_2 \end{aligned}$$

因此,

$$\begin{aligned} & \lim_{\beta \rightarrow -\infty} \left(\frac{\alpha_1}{v_1} + \frac{\alpha_2}{v_2}\right)^{\frac{1}{\beta}} \\ & = \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{1}{q_2 \alpha_2^{\frac{1}{\gamma}} \left(1 + \frac{\alpha_1 q_1^\gamma}{\alpha_2 q_2^\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}}} = \frac{1}{q_2} = v_2 \end{aligned}$$

所得结果即为分指标中的最小值。这说明,当超参 β 趋于负无穷时,广义向量模长映射即最小模糊算子映射。

2.3 广义向量模长映射方法的超参取值区间

公式(8)表示广义向量模长映射方法,其超参 β 在正无穷、0、负无穷处均没有定义,除此之外,在实数轴上的任何其它地方都有定义,可计算。为此,前文通过求极限的方式,重新在这 3 处给出了公式(8)的扩展定义,使得公式(8)的超参 β 在包括正、负无穷的整个实数轴上都有了定义。进一步地,通过前文的证明,可以得出:广义向量模长映

射方法能够涵盖前述的几乎所有的映射方法,包括最大模糊算子法、最小模糊算子法、欧式模长法、算术平均法、几何平均法,也包括这些方法之间的过渡状态方法。广义向量模长映射法随着超参 β 的变化,与其它映射方法的关系如图 1 所示。

首先,超参 β 的值越大,映射结果就越接近于分指标项中的最大值。极端情况,当 β 为正无穷时,映射结果即分指标项的最大值。相反地,超参 β 的值越小,映射结果就越接近于分指标项中的最小值。极端情况,当 β 为负无穷时,映射结果即分指标项的最小值。特殊地,当 β 的值为 0,1,2 时,广义向量模长映射法分别退化为几何平均映射法、算术平均映射法和欧式模长映射法。

除了超参 β 在正负无穷的极端情况,广义向量模长映射方法均满足严格单调范式。

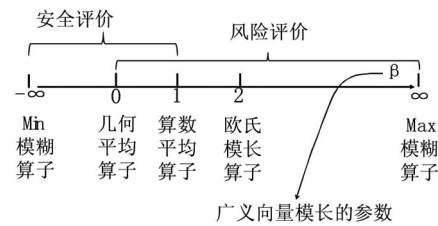


图 1 广义向量模长映射法与其他映射方法的关系

Fig.1 The relationship between generalized vector modulus length mapping method and other methods

除了上述特殊情况,超参 β 在过渡状态情况下的映射方法更有意义。当 β 位于区间 $(1, +\infty)$ 中时,映射结果会更偏向于较大的分项值,并且随着 β 的增加,这种偏向的程度更深。当考虑风险指数等综合指标时,可以让超参 β 选择这个区间的值。相反地,若考虑安全指数等指标,则可以让超参取值在区间 $(-\infty, 0)$ 中。超参 β 在这个区间中时,映射获得的总指标的值更倾向于各个分指标的最小值,并且随着 β 的减小,这种倾向性就更明显。当超参 β 在区间 $[0, 1]$ 中时,既可以映射风险指数,也可以映射安全指数,然而,由于不能很好地体现关键子指标对总指标的决定作用,因此建议尽量不采用。不过,当要把分指标信息尽量完整地反映到总指标中,而又不考虑分指标值的大小对映射方式的影响时,可以考虑用这个区间中的超参值。与众多文献中的映射方式类似,可以让超参 β 取值

为1,这时广义向量模长映射法就退化为线性加权平均法。

由于广义向量模长映射法完全由超参数 β 决定,因此,用 G_β 表示一个特定的映射方法。例如, G_{10} 表示超参为10的广义向量模长映射法, G_∞ 就是最大模糊算子映射法。

3 结果与分析

3.1 超参数对映射关系的影响实例

根据广义向量模长的公式(8),表1列出部分超参数对总指标分值的影响程度。这里仍然假设只有两个分指标,其权重 $\alpha_1=\alpha_2=0.5$,且分项值 $v_1=0.9, v_2=0.2$ 。根据广义向量模长的公式(8),以及它在一些特殊点上的扩展定义,得到对应关系,见表1。

从表1可以看出,随着超参数 β 从正无穷变化到负无穷,总指标项的值从分指标的最大值逐渐变化为分指标的最小值。在实际应用中,可以参考表1中的数据,按照实际需求,选取合适的映射关系,即选取重要值的分指标对总指标的合适的影响程度。也可以根据实际需求,选取表中两个相邻超参之间的某个中间值。

表1 广义向量模长方法中超参数对总指标分值的影响关系

Table 1 Impact of the hyper-parameter to total metric score in the method of generalized vector modulus length

超参 β	总指标分值 T	超参 β	总指标分值 T
$-\infty$	0.2	0.1	0.436421
-200	0.200694	0.5	0.487132
-100	0.201391	1	0.55
-10	0.214356	1.5	0.605899
-5	0.229715	2	0.65192
-2	0.276107	5	0.78358
-1	0.327273	15	0.859357
-0.5	0.36951	50	0.887609
-0.1	0.412446	200	0.896886
0	0.424264	∞	0.9

3.2 广义向量模长映射法的应用

为了评估兰州市柑橘类水果的农药残留风险,文献[17]建立了指标体系,其中包括甲拌磷等6个分指标。本文把广义向量模长映射法应用于这个评价案例,验证该方法的有效性。比较结果如表2所示。

表2 广义向量模长映射法与其它方法的应用比较

Table 2 Application comparison between the method of generalized vector modulus length and other methods

指标和方法	情景1的风险值	情景2的风险值	情景3的风险值
甲拌磷(权重0.2)	0.1	0.1	0.1
敌敌畏(权重0.2)	0	0	0.5
苯醚甲环唑(权重0.1)	0.1	0.5	0
毒死蜱(权重0.1)	0	0	0
氧乐果(权重0.3)	0.8	0.8	0.1
克百威(权重0.1)	0.1	0.1	0.8
线性加权映射法(G_1)总风险值	0.28	0.32	0.23
最大模糊映射法(G_∞)总风险值	0.8	0.8	0.8
最小模糊映射法($G_{-\infty}$)总风险值	0	0	0
广义向量模长映射法(G_{10})总风险值	0.70925	0.70947	0.63661

观察表2中线性加权映射法(G_1),它的最终结果与分指标最大风险值0.8相差甚远,因此不能反映具有重要值的分指标对总指标的决定作用。相反地,最大模糊映射法(G_∞)和广义向量模长法(G_{10})的结果都是或比较接近分指标的最大值,

符合实际情况,更有应用价值。

然而,最小模糊映射法($G_{-\infty}$)在所有情境中的结果都是0,因此在考虑风险指数而不是安全指数时,不具有应用价值。相反地,在考虑安全指数计算时,该方法会更为实用。

情景1和情景2的6个分指标风险值除了“苯醚甲环唑”外,全部相同,广义向量模长映射法(G_{10})捕捉到这个差异,总指标的风险值也有所不同,且满足严格单调性范式。然而,最大模糊映射法(G_{∞})不具备捕捉这个差异的能力,其最终的风险值均为0.8,与分指标的最大值完全相同。

两个分指标“敌敌畏”和“苯醚甲环唑”的权重不同,在情景2和情景3中交换了风险值,这在线性加权映射法(G_1)中得以体现,从情景2的0.32变化为情景3的0.23,在广义向量模长映射法(G_{10})也得以体现,从情景2的0.70947变化为0.63661,而最大模糊映射法(G_{∞})不具备捕捉这个变化的能力,它对权重的变化并不敏感。

综上分析,广义向量模长映射法从各个角度看,具有比较大的综合优势。

4 结论

食品安全风险评价体系的科学合理性和公平公正性对食品安全管理具有重要作用,是其不可或缺的重要组成部分。好的评价体系能够使食品安全监督检查有据可依,可以更好地区分食品企业和食品产品,结合监督抽检和检验检查等起到引导和督促的作用。评价体系建设的第4个议题(由分到总的映射)中,存在不能体现重要分指标值对总指标值的决定作用、不满足严格单调性范式等问题。本文提出的广义向量模长映射法不但能够很好地体现重要分指标值对总指标值的决定作用,而且能够满足严格单调性范式。更重要的是,通过严格的数学推导,证明广义向量模长映射法是传统映射方法的统一形式,可通过超参的选取,确定适合应用场景的广义向量模长映射实例。通过实际的应用场景,验证了这些结论。

在多层的指标体系中,存在多次的从分指标值到总指标值的映射过程,需要有多个超参 β 。一般来说,同一个指标体系下的超参不要求统一,应根据实际需求,决定不同映射关系中的不同超参的值。

虽然提出广义向量模长的分指标值到总指标值的映射方法,但是指标体系建设中仍然存在诸多问题和难点,后续将把映射方法与另外3个议题结合,形成有机统一的指标体系方法论和建

设指南。

参 考 文 献

- [1] 李勇强, 吴玉杰, 陈秀娟, 等. 食品安全评价方法研究进展概述[J]. 应用预防医学, 2016, 22(5): 467-470.
LI Y Q, WU Y J, CHEN X J, et al. An overview of the research progress of food safety evaluation methods[J]. Journal of Applied Preventive Medicine, 2016, 22(5): 467-470.
- [2] 刘巍, 叶厚元. 基于4T的食品安评价指标体系构建[J]. 安全与环境工程, 2018, 25(6): 106-113.
LIU W, YE H Y. Construction of food safety evaluation index system based on 4T[J]. Safety and Environmental Engineering, 2018, 25(6): 106-113.
- [3] 姚晓倩. 乳制品安全风险评估指数的构建及应用[D]. 重庆: 重庆医科大学, 2020.
YAO X Q. Construction and application of safety risk assessment index for dairy products [D]. Chongqing: Chongqing Medical University, 2020.
- [4] 吕学东, 周幸, 石莉莉, 等. 出口食品生产企业“三同”成熟度评价体系的研究与构建[J]. 江苏科技信息, 2021, 38(2): 47-52.
LV X D, ZHOU X, SHI L L, et al. Research and construction of the maturity evaluation system of “Three Same” of enterprises producing export food [J]. Jiangsu Science & Technology Information, 2021, 38(2): 47-52.
- [5] 李晨悦, 刘晨歌, 刘莉. 西安市夜市餐饮发展评价指标体系构建研究[J]. 现代经济信息, 2019(16): 469-472.
LI C Y, LIU C G, LIU L. Research on the construction of evaluation index system for catering development in Xi'an night market[J]. Modern Economic Information, 2019(16): 469-472.
- [6] 张春生, 董良飞, 施蕊, 等. 基于层次分析法的高校食堂食品安全风险评价指标体系研究[J]. 现代预防医学, 2020, 47(5): 817-819, 878.
ZHANG C S, DONG L F, SHI R, et al. Risk evaluation index system of college canteen food safety based on analytic hierarchy process[J]. Modern Preventive Medicine, 2020, 47(5): 817-819, 878.
- [7] 徐力. 基于层次分析法的农副产品供应商评价研究[D]. 杭州: 浙江理工大学, 2019.

- XU L. Research on evaluation of agricultural and sideline products supply based on analytic hierarchy process—A case study of H unit canteen [D]. Hangzhou: Zhejiang Science and Technology University, 2019.
- [8] 吴为, 郑婵娇, 闻剑, 等. 基于供应链区域性食品安全状况评价指标体系研究[J]. 华南预防医学, 2017, 43(4): 311-316.
- WU W, ZHENG C J, WEN J, et al. Evaluation index system of regional food safety status based on supply chain[J]. South China Journal of Preventive Medicine, 2017, 43(4): 311-316.
- [9] 曾小明, 吴海智. 食品生产企业质量安全评价体系构建[J]. 食品研究与开发, 2017, 38(5): 208-211.
- ZENG X M, WU H Z. Establishment of the quality safety evaluation system for food enterprises[J]. Food Research and Development, 2017, 38(5): 208-211.
- [10] 郭迎春, 杨亚秋, 梁宇超, 等. 我国食品企业信用评级体系的构建研究[J]. 中国乳业, 2019(10): 21-29.
- GUO Y C, YANG Y Q, LIANG Y C, et al. Research on the construction of credit evaluation system of food enterprise in China[J]. China Dairy, 2019(10): 21-29.
- [11] 承海, 邢家漂, 郑睿行, 等. 基于熵权-模糊分析法的农产品农药残留安全风险综合评价[J]. 中国食品学报, 2021, 21(5): 331-339.
- CHENG H, XING J S, ZHENG R X, et al. Comprehensive safety evaluation of pesticide residue pollution of agricultural products based on entropy weight-fuzzy mathematics method[J]. Journal of Chinese Institute of Food Science and Technology, 2021, 21(5): 331-339.
- [12] 漆芯好. 乳制品冷链物流评价体系研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2019.
- QI X Y. Study on the evaluation system of dairy cold chain logistics[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2019.
- [13] 邓云, 王华. 供应链视角下食品安全风险因子分析[J]. 江苏商论, 2019(10): 3-9.
- DENG Y, WANG H. Analysis of food safety risk factors from the perspective of supply chain[J]. Jiangsu Business Review, 2019(10): 3-9.
- [14] 王浩, 刘增金, 范婷婷, 等. 网络外卖视频安全消费者举报行为及其影响因素—基于上海市1018份消费者调研数据的实证分析[J]. 食品工业, 2021, 42(2): 236-240.
- WANG H, LIU Z J, FAN T T, et al. Consumer reporting behavior of online takeaway food safety and its influencing factors—An empirical analysis based on 1018 consumer survey data[J]. Food Industry, 2021, 42(2): 236-240.
- [15] 巩前文, 李学敏. 农业绿色发展指数构建于测度: 2005—2018年[J]. 改革, 2020(1): 133-145.
- GONG Q W, LI X M. Construction and measurement of agricultural green development index: 2005-2018[J]. Reform, 2020(1): 133-145.
- [16] 张春生, 赵文静, 董良飞, 等. 基于模糊综合法的高校食堂食品安全风险评价[J]. 现代预防医学, 2021, 48(3): 427-468, 429.
- ZHANG C S, ZHAO W J, DONG L F, et al. Risk evaluation of food safety risk in college canteens based on fuzzy evaluation method[J]. Modern Preventive Medicine, 2021, 48(3): 427-486, 429.
- [17] 闫君, 赵波, 丁辉, 等. 食品安全指数法评估兰州市柑橘类水果农药残留的风险[J]. 农业科技与信息, 2019(10): 66-68.
- YAN J, ZHAO B, DING H, et al. Using food safety index method to assess the risk of pesticide residues in citrus fruits in Lanzhou[J]. Agricultural Information and Technology, 2019(10): 66-68.

Food Safety Risk Assessment System Based on Generalized Vector Modulus Length

Wang Jianxin^{1,2}, Li Tengxu^{1,2}, Li Zhongtian^{1,2}, Wang Yeru^{1,3*}

¹School of Information Science and Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083

²Engineering Research Center for Forestry-oriented Intelligent Information Processing of National Administration, Beijing 100083

³China National Center for Food Safety Risk Assessment, Beijing 100022)

Abstract Food safety risk assessment is an important content and key link in food safety management, and scientific

rationality and fairness are the key features of a good evaluation system. The traditional arithmetic weighted average method and geometric weighted average method cannot reflect the decisive effect of high-scoring items on the total item, and the fuzzy evaluation method cannot meet the strictly monotonic paradigm requirements. Based on the Euclidian vector modulus length, this paper puts forward the concept of generalized vector modulus length, which is used as a method of score mapping from sub-items to total item. This method can meet the strict monotony paradigm requirement. By selecting different parameter value ranges, not only the risk index but also the safety index can be mapped reasonably. Verification by actual data shows that it can help build an excellent evaluation system. After rigorous mathematical derivation, it is proved that the weighted average method, geometric average method, fuzzy evaluation method, etc. are all examples of this proposed mapping method under special parameters. The generalized vector modulus method is a unified mapping form of all these evaluation methods, and has a wide range of adaptability.

Keywords food safety; evaluation system; Euclidian vector modulus length; fuzzy operator; generalized vector modulus length